1　直方体の形をした資材があり，その 3 辺は，18 ㎝，20 ㎝，24 ㎝です。ある運送会社が，一度になるべく多くの資材を運搬したいと考えました。資材は，あとの図のように，それらの向きはすべて同じにして，すき間ができないように床に積み重ねて直方体をつくった上で，車両に積み込み，運搬することにします。

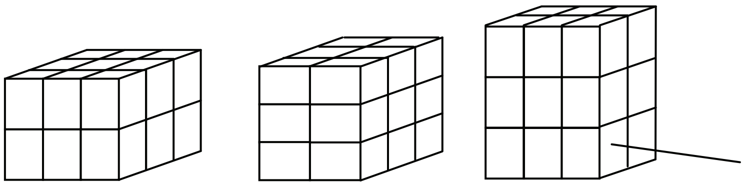
いま，この運送会社が運搬に使える車両の荷台スペースの都合等から，積み重ねてつくる直方体は，下の【制限】の①，②をともに受けるものとして，車両に資材を何個まで積み込むことができるか，答えなさい。

ただし，資材は，どの面を下にしても積み込むことができるものとします。

【制限】

① 積み重ねてつくる直方体の底面の縦と横の長さの和は，2.4m までである。
② 積み重ねてつくる直方体の高さは，3.4m までである。

例えば 18 個の資材をすき間なく積んだものは図のようなもの等がある。



［出題のねらい］

身の回りにある具体的な事象を題材にした。この問題を解くことを通して，またこの題材をきっかけとして，自ら課題を見いだし，課題を解決する「課題学習」に，関心や意欲をもって取り組んでいくことをねらいとしている。直方体の形をした資材の積み重ね方を，２次関数やその特徴をもとにして，具体的に確認・検証していけるかどうかが，１つの解法のポイントである。

［解答例］

はじめに，積み重ねてつくる直方体の底面積の最大について考える。

縦と横の長さの和を a ㎝（$0<a\leqq240$），底面の縦の長さを x ㎝とすると，横の長さは（$a-x$）㎝。

$y=x(a-x)$ とおき，$0<x<a$ において，y の最大値を計算すると，　$y=-x^2+ax=-\left(x-\dfrac{a}{2}\right)^2+\dfrac{a^2}{4}$

よって，1 辺が $\dfrac{a}{2}$ ㎝の正方形のときが最大となる。…（＊）

ところで，資材の積み重ねにおいて，下にする面のとり方は 3 通りあり，その面の長方形によって，a と x のとり得る値は限られる。下にする面を，2 辺が 20 ㎝，24 ㎝の長方形とする場合は，$a=240$ がとれて，この長方形で，1 辺が 120 ㎝の正方形をつくることができる。ゆえに（＊）より，底面積は

$x=120$(㎝)のときが最大となる。他の 2 通りについてはいずれも，1 辺が 120 ㎝の正方形をつくることができないため，$a\leqq240$ となる。ゆえに（＊）及び 2 次関数のグラフの対称性より，$x=120$ の前後で最大となることが考えられる。

そこで実際に，$x=120$ の前後をつぶさに調べて，底面積が最大となる長方形（この長方形をつくるのに必要な資材の個数の最大値）を見つけることで，次ページの表が得られる。

下にする面	2 辺が 20 cm，24 cm の長方形	2 辺が 18 cm，20 cm の長方形	2 辺が 18 cm，24 cm の長方形
底面積が最大となる長方形	24 cm×5 20 cm × 6	20 cm×6 18 cm × 6	24 cm×4 18 cm × 8
上記の長方形をつくるのに必要な資材の個数	30	36	32
【制限】②により，資材 1 個当たりの床の上に積み重ねられる資材の個数	18	14	17
積み込める資材の最大数	540	504	544

この表より，544 個まで積み込むことができる。

［講評］

正解の 544 個を答えた受験者は 50 名いたが，そのうち，きちんと考えて正解に導いたのは 13 名である。以上が成績概況であるが，全受験者の答案を読み終わった時に，次の２点を会得していなかったことが，課題ではないかと感じた。

第一に，場合分けをしたら，それぞれの場合において，正しく具体的に確認・検証する必要があるということ。(⇒資材を積み重ねてつくる直方体の底面積は，下にする面をどれにするかによって，【制限】①の 2.4mに満たなくても最大になる場合がある。解答例参照。)

第二に，根拠のない思い込みをせず，場合分けをして，最終判断する必要があるということ。(⇒資材を積み上げたときに，高さの方向にすきまが無いから，積み込む資材の総数が最大になる，とは言えない場合がある。【制限】②の数値が 2.4mになると，この考えは成り立たないことがわかる。)

なお，出題のねらいにある「課題学習」として考えられる課題として，次のようなものがあげられよう。

ア　荷物を送るとき，荷物のサイズ（縦，横，高さの合計）によって，料金が決まっている場合がある。サイズが 100 ㎝であるもっとも大きな箱は，どんな箱か調べること。

イ　アを発展させて得られる，２変数の関数（例えば，縦，横，高さをそれぞれ，x，y，$100-x-y$ として得られる，箱の体積を表す関数 $xy(100-x-y)$）の最大や最小について，進んで調べること。(高等学校では扱わない)

ウ　アを一般化して（例えば，縦，横，高さをそれぞれ，x，y，z として)，$x+y+z$（アの場合で言えば，荷物のサイズの合計に当たる）と xyz（アの場合で言えば，荷物や箱の体積に当たる）に関する不等式があるかどうか調べ，その不等式を証明してみること。(類似の式が，数学Ⅱの教科書に記載している場合があるため，証明も数学Ⅱを学習すればできる)

自ら課題を見いだし，課題を解決する姿勢は大切であり，その重要性について，愛知教育大学等で研究が行われている。諸君の今後の学習活動に期待したい。