

1 <考え方>

(1) 1時間あたり  $10\text{ m}^3$  の割合で水を抜いているので、1時間で  $x\text{ cm}$  水が減るとすると、 $x\text{ cm}$  減った分の体積は  $10\text{ m}^3$  と等しくなる。

$1\text{ m}^3$  は、 $1\text{ m} \times 1\text{ m} \times 1\text{ m}$

つまり、 $1000\text{ cm} \times 1000\text{ cm} \times 1000\text{ cm} = 1000000\text{ cm}^3$  なので、  
単位に注意して、方程式をつくると、以下ようになる。

$$2500 \times 1000 \times x = 1000000$$

$$x = 4$$

(答え) 4 cm

(2) 反比例の式の形と、反比例の性質は以下のようなものがあげられる。

・  $y = \frac{a}{x}$  ( $a$  は比例定数) の式で表せる。      ・  $xy = a$  (一定の値)

・  $x$  の値が 2 倍, 3 倍, 4 倍... になると,  $y$  の値は  $\frac{1}{2}$  倍,  $\frac{1}{3}$  倍,  $\frac{1}{4}$  倍... になる。

これらに、当てはまらない事柄 (反例) を 1 つをあげればよい。

(正答例)

**例 1** 「プールの水を抜き始めてから経過した時間」を  $x$  時間, 「プールの水の深さ」を  $y\text{ cm}$  とすると、  
 $y = 200 - 4x$  と表すことができる。

これは、 $y = \frac{a}{x}$  (ただし、 $a$  は 0 でない定数) という反比例の関係を表す式ではないため。

**例 2** 「プールの水を抜き始めてから経過した時間」が 2 時間から 4 時間と 2 倍に変わったとき, 「プールの水の深さ」は  $192\text{ cm}$  から  $184\text{ cm}$  で  $\frac{1}{2}$  倍にならないため ( $\frac{46}{49}$  倍になっているため)。

※ 「プールの水を抜き始めてから経過した時間」と、「プールの水の深さ」を表に表すと、

プールの水を抜き始めてから経過した時間 (時間)	0	1	2	3	4	5	...	50
プールの水の深さ (cm)	200	196	192	188	184	180	...	0

と表すことができる。

この表をもとに、具体的な数値を使って説明することも正解とする。

**例 3** 「プールの水を抜き始めてから経過した時間」に対応する「プールの水の深さ」の積を調べると、  
 $1 \times 196 = 196$        $2 \times 192 = 384$        $3 \times 188 = 564$       ... となり、  
一定にはなっていないため。

(3) 時間にもなって、一定量ずつ増えるものについてあげる。

例 1 : 排出された水の量      例 2 : プールの上端から水面までの長さ

## 2 &lt;考え方&gt;

- (1) ①  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$  なので、 $a + b + d = a + c + e$ 、 $b + d = c + e$  となるには、 $a$  を除いた 4 つの数の和は偶数にならなければならない。つまり、 $a$  には奇数が入らなければならない。よって、 $a$  に入れることが出来ない整数は、2 と 4

(答え) 2 と 4

- ②  $a$  に入るのは、1 か 3 か 5 のうちのいずれか。

$a = 3$  とすると、

$$\begin{aligned} (a, b, c, d, e) = & (3, 1, 2, 5, 4) & (3, 2, 1, 4, 5) \\ & (3, 1, 4, 5, 2) & (3, 4, 1, 2, 5) \\ & (3, 5, 2, 1, 4) & (3, 2, 5, 4, 1) \\ & (3, 5, 4, 1, 2) & (3, 4, 5, 2, 1) \end{aligned}$$

として 8 通りある。

$a = 1$ 、5 のそれぞれについても同様に 8 通りずつある。

よって、 $8 \times 3 = 24$

(答え) 24 通り

- (2) 1 ~ 9 の和は 45 だから、 $a$  の 5 を除いた整数の和は 40。よって一直線上にある整数の和は 25 にならなければならない。(5 を除くと 20)

- ① まず、5 を除いた 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9 の 8 つの整数から 4 つを選んでその整数の和が 20 になる組み合わせを考える。(この 4 つが、一方の一直線上に並ぶ整数 ( $b, f, h, d$ ) と考える。))

- ② 4 つの整数の和が 20 になるためには、偶数、奇数に目を向けると、4 つすべてが偶数か、4 つすべてが奇数、または 2 つが奇数で 2 つが偶数にならなければならない。

- ③ 4 つすべてが偶数で和が 20 になるのは、(2, 4, 6, 8) の 1 通り  
4 つすべてが奇数で和が 20 になるのは、(1, 3, 7, 9) の 1 通り

- ④ 2 つが偶数で、2 つが奇数で、その和が 20 になる場合を考える。

偶数 2 つの組は、

$$(2, 4), (2, 6), (2, 8), (4, 6), (4, 8), (6, 8)$$

で、それぞれの和は、6, 8, 10, 10, 12, 14 である。

奇数 2 つの組は、

$$(1, 3), (1, 7), (1, 9), (3, 7), (3, 9), (7, 9)$$

で、それぞれの和は、4, 8, 10, 10, 12, 16 である。

⑤ ④の偶数 2 つの組み合わせと、奇数 2 つの組み合わせの中で、4 つの和が 20 になる組み合わせを探すと、

(2, 6) と (3, 9), (2, 8) と (1, 9), (2, 8) と (3, 7)

(4, 6) と (1, 9), (4, 6) と (3, 7), (4, 8) と (1, 7)

となり、4 つの数の組み合わせとしては、

(2, 6, 3, 9), (2, 8, 1, 9), (2, 8, 3, 7)

(4, 6, 1, 9), (4, 6, 3, 7), (4, 8, 1, 7) の 6 通り

したがって、4 つの数の和が 20 になる組み合わせは全部で 8 通りある。

⑥ 例えば、(b, f, h, d) に (2, 4, 6, 8) を入れることを考えると、

その入れ方は  $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$  通りある。同時に、(c, g, i, e) に (1, 3, 7, 9)

を入れる入れ方も 24 通りあるので、全部で  $24 \times 24 = 576$  通りある

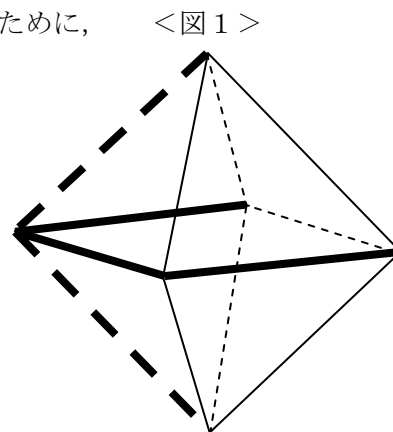
⑦ ⑤の 8 通り、すべてで同じことがいえるので、すべての場合は、

$576 \times 8 = 4608$  通りになる。

(答え) 4608 通り

3 <考え方>

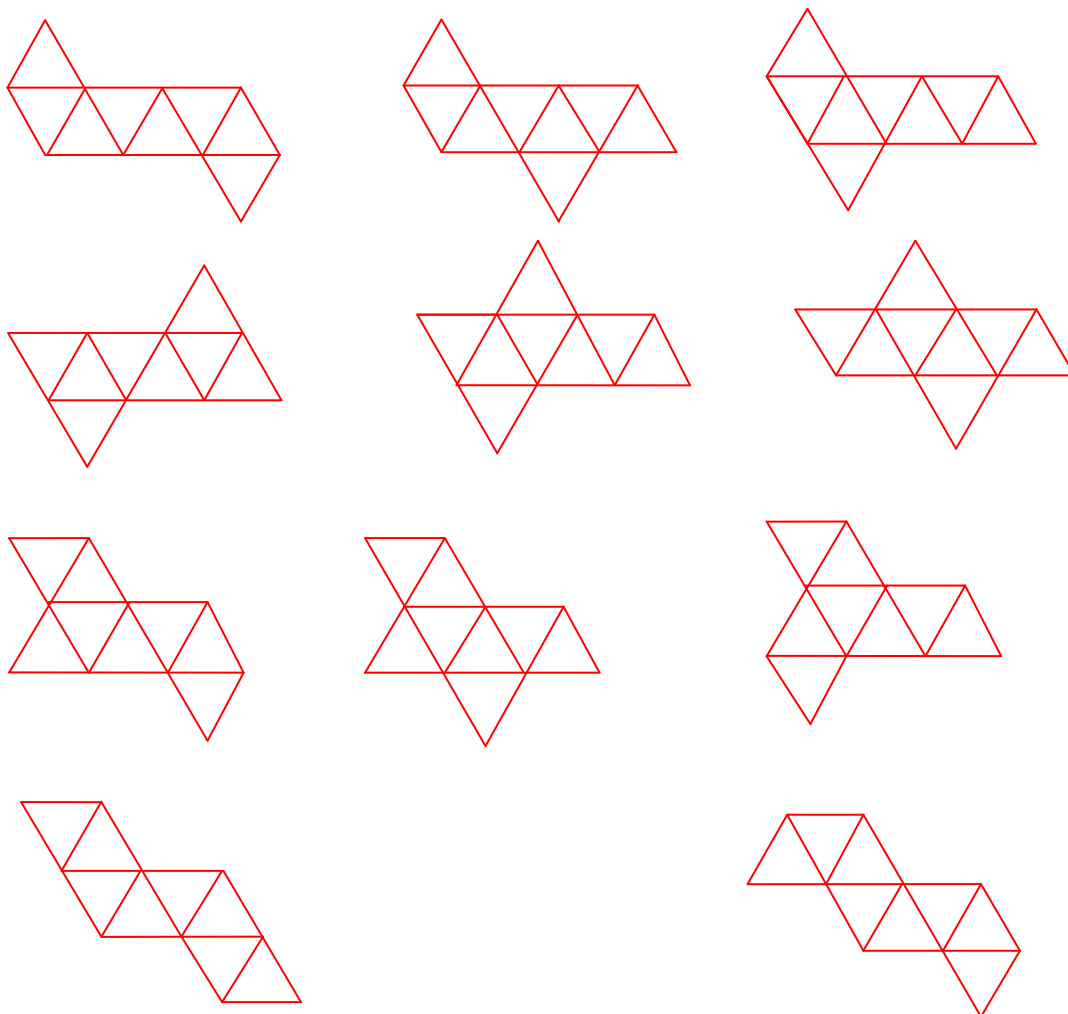
- (1) 例えば，正八面体の上半分（正四角錐の部分）と下半分を分けるために，  
図 1 の太線 3 カ所で切る。



次に，上半分と下半分を展開するために，それぞれ太波線の 1 カ所ずつ切り開けばよい。

(答え) 5 本

- (2) 下の展開図のいずれか



(3) 正八面体の各頂点を切断していくので、面の数は切断した頂点の数(6)分増えることになる。  
できた立体の面の数は、正三角形8面、正方形6面の合計14面となる。

辺の数は、正三角形は  $3 \times 8 = 24$

正方形は  $4 \times 6 = 24$

合計  $24 + 24 = 48$

48本はそれぞれ重複して数えられているので、

$48 \div 2 = 24$

(答え) 24本

頂点の数は、数え落としのないように、丁寧に数えていく。

また、※オイラーの正多面体定理を使うと、

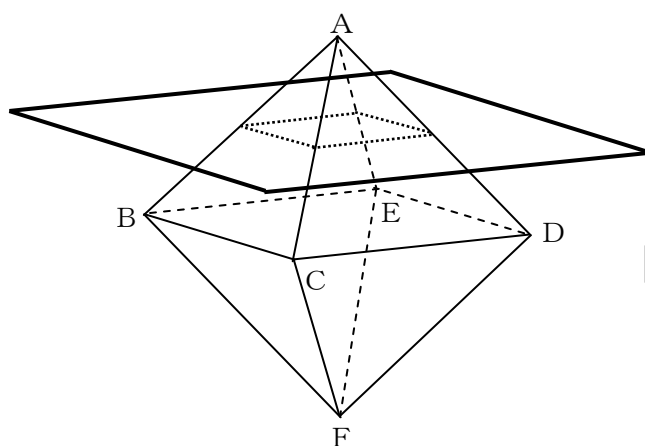
(頂点の数) - (辺の数) + (面の数) = 2

$x - 24 + 14 = 2$

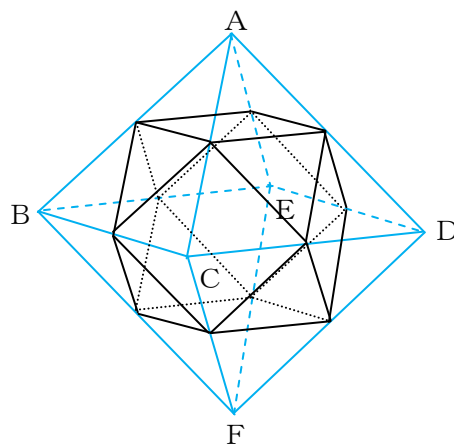
$x = 12$

(答え) 12個

【切断前の図形】



【切断後の図形】



※オイラーの正多面体定理

中学校1年「空間図形」の学習で、正多面体の(頂点の数)(辺の数)(面の数)について表を作って調べたことはありませんか?その3つの数の間には、

(頂点の数) - (辺の数) + (面の数) = 2

のような関係が成り立っています。

4 <考え方>

(1) 与えられた図(点 I を上にした状態)で、と同じ向きに配置されるひし形は全部で 7 個(四角形 IJOH, JKMO, HONG, KLBM, OMCN, GNDF, IKCG) がある。このことは、図を回転させ、点 A, 点 E を上にした状態でも同様のことがいえる。  
よって、ひし形の数は  $7 \times 3 = 21$  (通り) である。

(答え) 21 通り

(2) グラフにより、 $x=2$  と  $x=8$  のときの  $y$  の値は等しいことから、 $\triangle AEP$  の底辺を  $AE$  としたときの 2 秒後と 8 秒後の高さは等しい。よって、2 秒後の点 P の位置は線分  $LF$  上の点に限られ、グラフの様子から点  $L$  に定まる。

次に、 $2 \leq x \leq 4$  で  $y$  の値は一定になることから、4 秒後は点  $M$  に移動することがわかる。また、 $4 \leq x \leq 6$  で  $y$  の値が減少することから、点  $M$  の次は点  $B$  または  $C$  に移動することが考えられるが、点  $P$  は  $A$  を出発してから 8 秒後には点  $N$  まで移動するため、点  $M$  の次は点  $C$  に移動しなければならない。

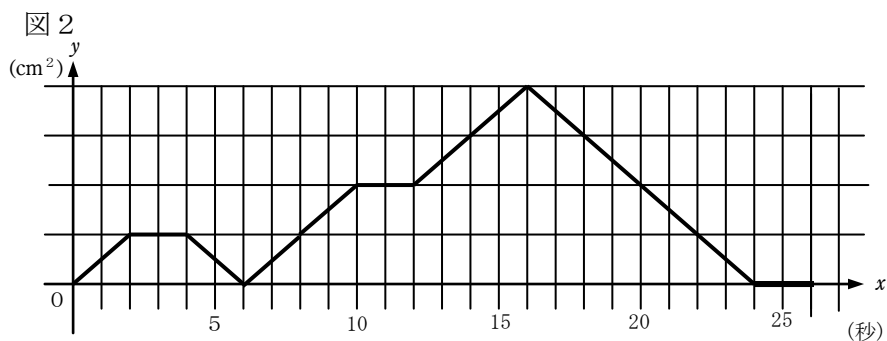
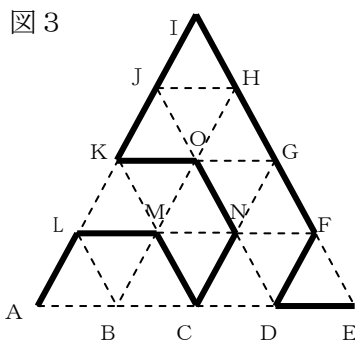
よって、 $A \rightarrow L \rightarrow M \rightarrow C \rightarrow N$  となる。

(答え) L, M, C

(3) 点  $P$  が一定の速さで点  $N$  から点  $I$  を通り、同じ点を通らずに点  $E$  に移動する最短の経路は、常に辺  $AE$  と平行ではない辺を移動する  $N \rightarrow O \rightarrow J \rightarrow I \rightarrow H \rightarrow G \rightarrow F \rightarrow E$  であるが、この場合は点  $P$  が  $A$  を出発してから 22 秒後に点  $E$  に移動してしまう。よって、残りの 4 秒分(4 cm の移動分)は辺  $AE$  と平行に移動する必要がある、それは同じ点を通らない条件から辺  $OK, DE$  に限られる。これらのことから、 $A \rightarrow L \rightarrow M \rightarrow C \rightarrow N \rightarrow O \rightarrow K \rightarrow J \rightarrow I \rightarrow H \rightarrow G \rightarrow F \rightarrow D \rightarrow E$  に定まる。

また、次の①から③により、グラフを完成させることができる。

- ①  $N \rightarrow O, K \rightarrow J$  のように、辺  $AE$  と平行ではない辺上を点  $I$  に向かって(上向きに)動くとき、 $\triangle AEP$  の面積は一定の割合で増加し、 $0 \leq x \leq 2$  のときのグラフと平行になる。
- ②  $I \rightarrow H, F \rightarrow D$  のように、①と逆方向に動くときのグラフは、 $\triangle AEP$  の面積は一定の割合で減少し、 $4 \leq x \leq 6$  のときのグラフと平行になる。
- ③  $O \rightarrow K$  では  $\triangle AEP$  の面積が一定になるため、 $x$  軸と平行になる。また、 $D \rightarrow E$  では、 $\triangle AEP$  の面積は 0 になることから、 $x$  軸と重なる。



## 5 &lt;考え方&gt;

(1)

## &lt;連立方程式を使った解き方&gt;

1つの販売窓口で1分間にチケットを販売できる人数を $x$ 人、午前9時から9時20分まで毎分 $y$ 人ずつ集まってくるとすると、

9時15分までに集まった人は、 $(90 + 15y)$ 人と表すことができる。これを、4つの窓口で対応すると、15分間で $4 \times x \times 15$ 人がチケットを購入し、その結果45人が並んでいたの、

$$(90 + 15y) - 60x = 45 \quad \dots \textcircled{1}$$

次に、6つの窓口にしてから5分間で列がなくなったことから式を立てる。

5分間では $(y \times 5)$ 人が集まってくることになるので、9時15分から9時20分までにチケットを購入した人は $(45 + 5y)$ 人と表すことができる。これを、6つの窓口で対応するので、5分間で $(6 \times x \times 5)$ 人がチケットを購入し、その結果並んでいる人がいなくなるので、

$$(45 + 5y) - 30x = 0 \quad \dots \textcircled{2}$$

①②の式を連立方程式で解くと、 $x = 3$  ,  $y = 9$

これは、問題にあっている。

(答え) 3人

## &lt;一次方程式を使った解き方&gt;

1つの販売窓口で1分間にチケットを販売できる人数を $x$ 人とすると、15分間に集まってきた人の人数は、チケットを売った人数と残っている人数の和から、最初からいた人数を引けばわかる。

したがって、 $(4 \times 15 \times x + 45 - 90)$ 人

よって、1分間に集まってくる人数は、 $(60x + 45 - 90) / 15$  (人)  $\dots \textcircled{1}$

次に、6つの窓口にしてから5分間で列がなくなったことから

5分間で集まった人数は、チケットを売った人数から45人を引けばわかる。

したがって、 $(6 \times 5 \times x - 45)$ 人

よって、1分間に集まってくる人数は、 $(30x - 45) / 5$  (人)  $\dots \textcircled{2}$

①と②は等しいので、

$$(60x + 45 - 90) / 15 = (30x - 45) / 5$$

となつて、これを解くと $x = 3$

(答え) 3人

(2)

はじめの15分間は、4つの窓口で、次の5分間は6つの窓口で販売し、1つの販売窓口で、1分間に3人ずつ販売できるので、

$$4 \times 3 \times 15 + 6 \times 3 \times 5 = 180 + 90 = 270$$

(答え) 270人

(3)

$a$ 分で列がなくなるとする。

$a$ 分間では  $9 \times a$  人が集まってくることになるので、 $90 + 9a$  人にチケットを販売することになる。  
これを、5つの窓口で対応するので、 $a$ 分間で  $5 \times 3 \times a$  人になる。

$$(90 + 9a) - 15a = 0 \quad \text{これを解いて } a = 15$$

(答え) 午前 9時 15分